Перед нами типичный пример несбалансированного худшего случая: если девятый шар является самым тяжелым, потребуется одно взвешивание, а во всех остальных случаях — три. Если мы «оштрафуем» девятый шар, выделив для него дополнительные шары, это позволит снизить нагрузку на другие: классический пример балансировки худшего случая.

Если мы разделим шары на группы по три шара в каждой, то достаточно одного взвешивания, чтобы понять, в какой группе находится тяжелый шар. Мы можем даже сформулировать *правило*: для N шаров, где N кратно трем, за одно взвешивание можно найти группу шаров $N/3$, в которой находится самый тяжелый шар.

Для оставшейся группы из трех шаров нужно повторить ту же операцию: отложить один шар, а остальные взвесить и выбрать более тяжелый. Если шары весят одинаково, выбирается отложенный шар.

Алгоритмический подход

Если вы не можете сразу найти решение, попробуйте использовать один из методов поиска ответа на алгоритмические вопросы (с. 61). Головоломки часто представляют собой не что иное, как те же задачи алгоритмизации, из которых убраны технические нюансы. Особенно полезны методы «базовый случай» и «сделай сам».

Дополнительная информация: Полезные формулы (с. 666).

Вопросы собеседования

6.1. Есть 20 баночек с таблетками. В 19 баночках лежат таблетки весом 1 г, а в одной — весом 1,1 г. Даны весы, показывающие точный вес. Как за одно взвешивание найти банку с тяжелыми таблетками?

Подсказки: 186, 252, 319, 387

6.2. Имеется баскетбольное кольцо, и вам предлагается сыграть в одну из двух игр:

Игра 1: У вас есть один бросок в кольцо.

Игра 2: У вас есть три попытки, но для победы потребуется не менее двух попаданий.

Если p — вероятность попадания в кольцо при броске, при каких значениях p следует выбирать ту или иную игру?

Подсказки: 181, 239, 284, 323

6.3. Имеется шахматная доска размером 8×8, из которой были вырезаны два противоположных по диагонали угла, и 31 кость домино; каждая кость домино может закрыть два квадратика на поле. Можно ли вымостить костями всю доску? Обоснуйте ответ (приведите пример или докажите, что это невозможно).

Подсказки: 367, 397

6.4. На каждой из трех вершин треугольника сидит муравей. Какова вероятность столкновения (на любой из сторон), если муравьи начнут ползти по сторонам треугольника? Предполагается, что каждый муравей выбирает направление случайным образом, вероятность выбора направлений одинакова, и все муравьи ползут с одинаковой скоростью.

Также определите вероятность столкновения для n муравьев на многоугольнике с n вершинами.

Подсказки: 157, 195, 296

6.5. У вас есть пятилитровый и трехлитровый кувшины и неограниченное количество воды. Как отмерить ровно 4 литра воды? Кувшины имеют неправильную форму, поэтому точно отмерить «половину» кувшина невозможно.

Подсказки: 149, 379, 400

6.6. На остров приезжает гонец со странным приказом: все голубоглазые люди должны как можно скорее покинуть остров. Самолет улетает каждый вечер в 20:00. Каждый человек может видеть цвет глаз других, но не знает цвет собственных (и никто не имеет права сказать человеку, какой у него цвет глаз). Жители острова не знают, сколько на нем живет голубоглазых; известно лишь то, что есть минимум один. Сколько дней потребуется, чтобы все голубоглазые уехали?

Подсказки: 218, 282, 341, 370

6.7. Королева нового постапокалиптического мира обеспокоена проблемой рождаемости. Она издает закон, по которому в каждой семье должна родиться хотя бы одна девочка. Если все семьи повинуются закону, то есть заводят детей, пока не родится девочка, после чего немедленно прекращают, — каким будет соотношение полов в новом поколении? (Предполагается, что вероятности рождения мальчика или девочки равны.) Сначала решите задачу на логическом уровне, а затем напишите компьютерную модель.

Подсказки: 154, 160, 171, 188, 201

6.8. Имеется 100-этажное здание. Если яйцо сбросить с высоты N-го этажа (или с большей высоты), оно разобьется. Если его бросить с меньшего этажа, оно не разобьется. У вас есть два яйца; найдите N за минимальное количество бросков.

Подсказки: 156, 233, 294, 333, 357, 374, 395

6.9. В длинном коридоре расположены 100 закрытых замков. Человек сначала открывает все сто. Затем он закрывает каждый второй замок. Затем он делает еще один проход — «переключает» каждый третий замок (если замок был открыт, то он его закрывает, и наоборот). Процесс продолжается 100 раз, на i-м проходе изменяется состояние каждого i-го замка. Сколько замков останутся открытыми после 100-го прохода, когда «переключается» только замок № 100?

Подсказки: 139, 172, 264, 306

6.10. Имеется 1000 бутылок лимонада, ровно одна из которых отравлена. Также у вас есть 10 тестовых полосок для обнаружения яда. Даже одна капля яда окрашивает полоску и делает ее непригодной для дальнейшего использования. На тестовую полоску можно одновременно нанести любое количество капель, и одна полоска может использоваться сколько угодно раз (при условии, что все пробы были отрицательными). Однако вы можете проводить испытания не чаще одного раза в день, а для получения результата с момента проведения проходит семь дней. Как найти отравленную бутылку за минимальное количество дней?

Дополнительно

Напишите программную модель вашего решения.

Подсказки: 146, 163, 183, 191, 205, 221, 230, 241, 249

Дополнительные вопросы: задачи умеренной сложности (16.5), сложные задачи (17.19).

Подсказки начинаются на с. 699 (скачайте ч. XIII на сайте изд-ва «Питер»).